
《数学分析》课程考核大纲

一、课程编号

二、课程类别：数学与应用专业专升本课程

三、编写说明

- 1、本考核大纲参考华东师范大学数学系编的教材《数学分析》进行编写。
- 2、本大纲适用于数学与应用专业专升本考试。

四、课程考核的要求与知识点

第一章 实数集与函数

- 1、识记：(1) 实数的基本性质；(2) 区间与邻域；(3) 函数的定义；(4) 复合函数；(5) 反函数；(6) 初等函数。
- 2、理解：(1) 上确界、下确界及确界原理；(2) 有界函数；(3) 单调函数；(4) 奇函数和偶函数；(5) 周期函数。
- 3、运用：(1) 求函数值；(2) 对函数进行四则运算；(3) 用中学所学的基本不等式判断函数的有界性；(4) 用定义判断函数的单调性；(5) 用定义判断函数的奇偶性；(6) 用定义判断函数的周期性。

第二章 数列极限

- 1、识记：(1) 收敛数列和发散数列；(2) 无穷小数列；(3) 子列；(4) 单调数列。
- 2、理解：(1) 数列极限的定义；(2) 收敛数列的性质：唯一性、有界性、保号性、保不等式性、迫敛性；(3) 四则运算法则；(4) 收敛数列的性质与其子列收敛的关系；(5) 单调有界定理；(6) 柯西收敛准则。
- 3、运用：(1) 用数列极限定义来判断数列的极限存在或不存在；(2) 用收敛数列性质、单调有界定理或柯西收敛准则来判断数列极限的存在性；(3) 对收敛数列进行四则运算。

第三章 函数极限

- 1、识记：(1) 函数极限类型；(2) 两个重要极限；(3) 无穷小量及阶；(4) 无穷大量；(5) 曲线的渐近线。
- 2、理解：(1) $x \rightarrow \infty$ 时函数的极限；(2) 函数极限的 ε - δ 定义；(3) 左右极限及单侧极限；(4) 函数极限的性质：唯一性、局部有界性、局部保号性、保不等式性、迫敛性；(5) 四则运算法则；(6) 归结原则；(7) 柯西准则。

3、运用：(1) 用函数极限定义及归结原则来判断函数极限的存在或不存在；(2) 用四则运算法则及两个重要极限来求函数极限；(3) 求曲线的渐近线；(4) 对无穷小量的阶进行比较。

第四章 函数的连续性

1、识记：(1) 自变量和函数的增量；(2) 间断点；(3) 函数的最大值与最小值；(4) 初等函数在定义域中连续；(5) 初等函数。

2、理解：(1) 函数的连续性（包括点的和区间上的）；(2) 左连续、右连续及与连续的关系；(3) 间断点的分类；(4) 连续函数的性质：局部有界性、局部保号性，四则运算法则，复合函数的连续性；(5) 闭区间上连续函数的基本性质：最大、最小值定理，根的存在定理，反函数连续性定理，一致连续性定理。

3、运用：(1) 用定义来判断函数的连续性；(2) 用连续函数性质来进行有关证明；(3) 用闭区间上连续函数性质进行有关证明。

第五章 导数和微分

1、识记：(1) 导数；(2) 左导数、右导数及与导数的关系；(3) 导函数；(4) 导数的几何意义；(5) 极值与极值点；(6) 稳定点。

2、理解：(1) 费马定理；(2) 导数的四则运算法则；(3) 反函数的导数；(4) 复合函数的导数；(5) 初等函数的导数公式；(6) 参变量函数的导数公式；(7) 高阶导数与莱布尼兹公式；(8) 微分；(9) 微分与导数的关系；(10) 微分的运算法则；(11) 高阶微分。

3、运用：(1) 能用有关法则计算函数的导数与微分；(2) 计算曲线的切线与法线方程；(3) 用微分作近似计算。

第六章 微分中值定理及其应用

1、识记：(1) 不定式极限的基本类型及变型；(2) (严格) 凸函数，(严格) 凹函数；(3) 曲线的拐点。

2、理解：(1) 罗尔中值定理；(2) 拉格朗日中值定理；(3) 拉格朗日中值定理的推论；(4) (严格) 单调函数与导数的关系；(5) 柯西中值定理；(6) 洛必达法则；(7) 带有佩亚诺型余项的泰勒公式；(8) 带有拉格朗日型余项的泰勒公式；(9) 极值的第一充分条件；(10) 极值的第二充分条件；(11) 凸函数与导数的关系；(12) 曲线拐点的必要及充分条件。

3、运用：(1) 能用导数来判断函数的单调性、凸性及拐点；(2) 求某些理论及实际问题的最值。

第七章 实数的完备性

1、识记：(1) 区间套；(2) 集合的聚点；(3) 开覆盖。

2、理解：(1) 区间套定理；(2) 聚点定理；(3) 有限覆盖定理。

3、运用：用区间套定理、聚点定理及有限覆盖定理对一些简单问题进行计算和证明。

第八章 不定积分

1、识记：(1) 原函数；(2) 不定积分；(3) 基本积分表；(4) 有理函数。

2、理解：(1) 原函数的性质；(2) 不定积分的线性运算法则；(3) 第一及第二换元积分法；(4) 分部积分法；(5) 有理函数积分法。

3、运用：应用基本积分表和各种积分方法求函数的不定积分。

第九章 定积分

1、识记：(1) 定积分的概念；(2) 可积的必要条件；(3) 可积的函数类（三类）；(4) 变上限的定积分。

2、理解：(1) 牛顿—莱布尼茨公式；(2) 定积分的基本性质：线性性、关于区间的可加性，不等式性质；(3) 积分第一中值定理；(4) 微积分学基本定理；(5) 换元积分法；(6) 分部积分法。

3、运用：(1) 用定积分定义求某些类型数列的极限；(2) 用定积分性质来证明积分不等式；(3) 用各种积分方法计算定积分。

第十章 定积分的应用

1、识记：(1) 曲线的弧长；(2) 光滑曲线。

2、理解：(1) 求平面图形的面积；(2) 求平面曲线的弧长；(3) 求具有截面面积的立体体积。

3、运用：(1) 求平面图形的面积；(2) 求具有截面面积的立体体积；(3) 求平面曲线的弧长。

第十一章 反常积分

1、识记：(1) 无穷限反常积分的收敛与发散；(2) 无界函数反常积分的收敛与发散；(3) 无穷限反常积分的绝对收敛与条件收敛；(4) 无界函数反常积分的绝对收敛与条件收敛。

2、理解：(1) 无穷限积分的性质：柯西准则、线性性、区间可加性；(2) 无穷限积分敛散性的判别：比较原则及其极限形式；(3) 无穷限积分敛散性的判别：柯西判别法及其极限形式；(4) 无穷限积分收敛性的判别：阿贝尔判别法与狄利克雷判别法；(5) 瑕积分的性质：柯西准则、线性性、区间可加性；(6) 瑕积分的敛散性判别：比较原则及其极限形式；(7) 瑕积分的敛散性判别：柯西判别法及其极限形式。

3、运用：(1) 用有关定义求反常积分的值；(2) 用有关定义及法则判断反常积分的敛散性。

第十二章 数项级数

1、识记：(1) 级数及部分和；(2) 级数的收敛与发散；(3) 收敛级数的和；(4) 正项级数；(5) 交错级数；(6) 级数的绝对收敛与条件收敛。

2、理解：(1) 级数收敛的柯西准则与必要条件；(2) 收敛级数的性质；(3) 比较原则及其极限形式；(4) 正项级数的敛散性判别：比式判别法及其极限形式；(5) 正项级数的敛散性判别：根式判别法及其极限形式；(6) 交错级数的收敛性判别：莱布尼茨判别法；(7) 一般项级数收敛性判别：阿贝尔判别法与狄利克雷判别法。

3、运用：(1) 能用定义判断级数的敛散性并求收敛级数的和；(2) 用正项级数的各种敛散性判别法判断正项级数的敛散性；(3) 用柯西准则、莱布尼茨判别法、阿贝尔判别法、狄利克雷判别法判别一般项级数的收敛性。

第十三章 函数列与函数项级数

1、识记：(1) 函数列在一点的收敛与发散；(2) 函数列的收敛域；(3) 函数列一致收敛的概念；(4) 函数项级数在一点的收敛与发散；(5) 函数项级数的收敛域；(6) 函数项级数一致收敛的概念。

2、理解：(1) 函数列(函数项级数)一致收敛的柯西准则；(2) 函数列一致收敛的充要条件；(3) 函数项级数一致收敛的优级数判别法；(4) 函数列一致收敛的阿贝尔判别法和狄利克雷判别法；(5) 一致收敛函数列(函数项级数)所确定函数的性质：连续性、可积性、可微性。

3、运用：(1) 用定义求函数列或函数项级数的极限函数或和函数，并求收敛域；(2) 用定义或有关法则判断函数列或函数项级数的一致收敛性；(3) 判断函数列或函数项级数的极限函数或和函数的性质，诸如连续性、可积性与可微性。

第十四章 幂级数

1、识记：(1) 幂级数；(2) 收敛区间与收敛半径；(3) 泰勒级数与麦克劳林级数；(4) 泰勒展开式或幂级数展开式。

2、理解：(1) 收敛半径公式；(2) 幂级数的性质；(3) 幂级数的运算。

3、运用：(1) 能求幂级数的收敛半径与收敛域；(2) 能用幂级数的性质、运算法则及某些幂级数的和函数求其它幂级数的和函数；(3) 能将某些函数展开成幂级数。

第十五章 傅里叶级数

1、识记：(1) 正交函数和正交函数系；(2) 傅里叶级数；(3) 按段光滑函数；(4) 正弦函数与余弦级数。

2、理解：傅里叶级数的收敛定理。

3、运用：(1) 求某些函数的傅里叶级数；(2) 用收敛定理判断某些函数的

傅里叶级数的收敛性。

第十六章 多元函数的极限与连续

1、**识记**：(1) 平面点集的内点、外点、界点与聚点、孤立点；(2) 开集与闭集；(3) 开域、闭域、区域；(4) 有界点集和无界点集；(5) 二元函数和 n 元函数；(6) 平面点列的极限。

2、**理解**：(1) 二元函数的极限；(2) 二元函数的累次极限；(3) 二元函数的累次极限与重极限的关系；(4) 二元函数的连续性；(5) 有界闭域上连续函数的性质：有界性与最大值、最小值定理。

3、**运用**：(1) 用定义或四则运算法则求二元函数的极限或累次极限；(2) 用定义研究二元函数的连续性。

第十七章 多元函数微分学

1、**识记**：(1) 全微分；(2) 偏导数；(3) 方向导数；(4) 梯度；(5) 海赛矩阵。

2、**理解**：(1) 函数可微的必要条件和充要条件；(2) 复合函数求导的链式法则；(3) 混合偏导数可交换的充分条件；(4) 极值的必要条件；(5) 极值的充分条件。

3、**运用**：(1) 求函数的偏导数、全微分及高阶偏导数；(2) 求曲面的切平面方程与法线方程。

第十八章 隐函数定理及其应用

1、**识记**：(1) 显函数与隐函数；(2) 隐函数组；(3) 条件极值；(4) 拉格朗日函数。

2、**理解**：(1) 隐函数存在定理；(2) 隐函数组定理；(3) 用拉格朗日乘数法求函数的条件极值。

3、**运用**：(1) 隐函数及隐函数组求导；(2) 求平面曲线的切线与法线；(3) 求空间曲线的切线与法平面；(4) 求曲面的切平面与法线。

第十九章 含参量积分

1、**识记**：(1) 含参量（正常）积分；(2) 累次积分；(3) 含参量的无穷限反常积分；(4) 含参量的无穷限反常积分的一致收敛性。

2、**理解**：(1) 含参量（正常）积分的连续性、可微性与可积性定理；(2) 含参量的无穷限反常积分的一致收敛判别法则：柯西准则、大 M 判别法、阿贝尔判别法与狄利克雷判别法；(3) 含参量的无穷限反常积分的性质：连续性、可微性与可积性。

3、**运用**：(1) 用含参量的微分法求定积分；(2) 判断含参量的无穷限反常积分的一致收敛性；(3) 用含参量的无穷限反常积分的微分法求无穷限反常积分。

第二十章 曲线积分

1、**识记**：(1) 第一型曲线积分的定义及性质；(2) 第二型曲线积分的定义及性质。

2、**理解**：(1) 第一型曲线积分的计算公式；(2) 第二型曲线积分的计算公式。

3、**运用**：(1) 求第一型曲线积分和第二型曲线积分。

第二十一章 重积分

1、**识记**：(1) 二重积分的定义；(2) 二重积分的性质；(3) x 型区域和 y 型区域；(4) 曲线的正向；(5) 单连通区域与复连通区域；(6) 三重积分的定义及性质。

2、**理解**：(1) 直角坐标系下的二重积分化为逐次积分；(2) 格林公式；(3) 曲线积分与路径无关的充要条件；(4) 二重积分的变量变换公式；(5) 用极坐标计算二重积分；(6) 三重积分的常用变量变换公式：柱面坐标变换与球坐标变换。

3、**运用**：(1) 计算二重积分和三重积分。

第二十二章 曲面积分

1、**识记**：(1) 第一型曲面积分的定义及性质；(2) 单侧曲面与双侧曲面；(3) 第二型曲面积分的定义及性质；(4) 右手法则。

2、**理解**：(1) 第一型曲面积分的计算公式；(2) 第二型曲面积分的计算公式；(3) 高斯公式。

3、**运用**：(1) 计算第一型曲面积分；(2) 会用第二型曲面积分的计算公式和高斯公式计算第二型曲面积分。

五、课程考核实施要求

1、考核方式

本考核大纲为数学与应用专业专升本学生所用，考核方式为闭卷考试。

2、考试命题

(1) 本考核大纲命题内容覆盖了教材的主要内容。

(2) 试题对不同能力层次要求的比例为：识记约占 15%，理解约占 45%，运用约占 40%。

(3) 试卷中不同难易度试题的比例为：较易占 30%，中等占 55%，较难占 15%。

(4) 本课程考试试题类型有填空题（占 30%），判断题（占 10%），计算题（占 36%），证明题（占 24%）等四种形式。

3、课程考核成绩评定

考试卷面成绩即为本课程成绩。

六、教材和参考书

1、教材

华东师范大学数学系. 数学分析（上、下册）（第四版）[M]. 北京：高等教育出版社，2010.

2、参考书目

[1] 陈传璋等编. 《数学分析》（上、下册）（第三版）[M]. 北京：高等教育出版社，2007.

[2] 张筑生编. 《数学分析新讲》（第一、二、三册）（第一版）[M]. 北京：北京大学出版社，1990.

[3] 谢惠民等编. 《数学分析习题课讲义》（上、下册）（第一）[M]. 北京：高等教育出版社，2004.